www. 文法レベルでの自然学会. jp grammar@groups.msn.com

新着情報
今すぐ参加
Migration Message
文法レベルでの自然
定義の更新
中心問題群
中心問題解決案
思索の歴史
国際文法裁判所
標準の掲示板
物理論理学
宇田雄一語録
パンダ的電脳言語考
Web リンク集
[ツール]

定義の更新 : 文法主義による新理論建設のシナリオ

掲示板の一覧を表示
前の話題 次の話題 返信を受信トレイに送信

返信 おすすめ メッセージ 1 / 5

投稿者 : SourceCodeOf_HumanGenome (元のメッセージ) 投稿日時 : 2005/06/09 7:53

新文法は、
旧文法で表わされる事を全て表す事ができ、
かつ、それ以外の事も表す事が出来るもの、
つまりは、旧文法を部分として含むもの、とします。

新文法を提案するときには、
そのような文法を提案するのが一つの手です。

すると、どういうことが起こるでしょうか？
旧文法で表わされていた法則を新文法で表わせ、
という再定式化の問題が生じます。

もし再定式化が可能ならば、
その新文法は単なる技術上の発明に過ぎません。

しかし、一般には、
旧文法で書かれた法則のそのまま全く同じものを
新文法で書くことは、
出来なく成ることが予想されます。

その場合には、
旧文法の法則に出来るだけ近い法則を新文法で書く、
ことに成ります。
すると、これは、正確には旧文法の法則とは違うわけだから、
ここに一つの建設的な提案が出来るわけです。

これが、文法主義による新理論建設のシナリオ、です。

最初の返信 前へ 2-5 通を表示 : 総返信数 5 通 次へ 最新の返信

返信 おすすめ メッセージ 2 / 5

投稿者 : SourceCodeOf_HumanGenome 投稿日時 : 2005/07/03 15:42

【古典力学→量子力学】

(新文法)＋(旧理論)＝(新理論) というシナリオの具体例として、
ここでは、自由度 1 の系の古典力学と量子力学を取り上げます。

1 次元系の状態の歴史は、それぞれ次の関数で表されます。

$x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ----- 古典力学
$\psi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{C}$ ----- 量子力学

複素値関数を採用した点で量子力学は革命的なまでに大胆です。
このうちの古典力学による歴史の表現は、
量子力学による歴史の表現に、特別な場合として含まれます。
その様子は以下の如くです。

$$\Psi(x',t) = c(t)\,\delta(x' - x(t))$$

さて、
ϕ に対する方程式を上手く選べば、この方程式が、
上記のような特別な ϕ に対しては、
古典力学の運動方程式:

$$m\frac{d^2}{dt^2}x(t) = -\frac{d}{dx(t)}V(x(t))$$

に一致するように出来るでしょうか？
これは出来そうにありません。

ϕ に対する方程式をいくら上手く選んでも、それは、

$$\Psi(x',t) = c(t)\,\delta(x' - x(t))$$

のタイプの解を全く持たないことでしょう。

御存知のように、その代わりに、エーレンフェストの式:

$$m\frac{d^2}{dt^2}\int_{-\infty}^{\infty} dx'\ \overline{\psi(x',t)}\ x'\ \psi(x',t) = -\int_{-\infty}^{\infty} dx'\ \overline{\psi(x',t)}\ \frac{dV(x')}{dx'}\ \psi(x',t)$$

が導出されるように基になる方程式を作る事は出来ます。
御存知のように、それは、シュレディンガー方程式:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x',t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + V(x')\right]\psi(x',t)$$

です。

エーレンフェストの式が導出される、という事に加えて、
h → 0 の極限で、

$$\Psi(x',t) = c(t)\,\delta(x' - x(t))$$

のタイプの ϕ に限りなく近い関数を解に持つようになる、
という、シュレディンガー方程式の性質まで考え合わせると、

シュレディンガー方程式は、
古典力学の法則に出来るだけ近い法則を新文法で書いたもの、
と考えられます。

このように、旧理論を参考にするならば、
新文法は新理論をほぼ一意的に決定してしまうのです。

返信	おすすめ	メッセージ 3 / 5

投稿者：SourceCodeOf HumanGenome 投稿日時：2005/07/03 15:49

【ニュートン力学の創造】

ニュートンは、ニュートン力学の建設に成功した自分を、
「デカルトという巨人の肩に乗った小人」
と言ったそうですね。

この言葉の真意を僕は次のように解します。

デカルト座標系という文法が与えられれば、
その文法を用いて具体的に運動方程式を書くことなど、
些事に過ぎない。

こういう事ではないでしょうか。

返信 おすすめ メッセージ 4 / 5

投稿者 : SourceCodeOf HumanGenome 投稿日時 : 2005/07/04 18:20

【訂正】

ニュートンは、
自分を「巨人の肩に乗った小人」とは言ったが、
その巨人がデカルトであるとは言ってない、
のではないか、との御指摘を受けまして、
調べてみたところ、
巨人とは先人全体のことでありデカルト個人ではないらしい、
という事が分かりました。

デカルトはニュートンと同時代の人だから、
ニュートンの発言における巨人にはデカルトは含まれない、
と考えるべきかもしれません。

返信 おすすめ メッセージ 5 / 5

投稿者 : SourceCodeOf HumanGenome 投稿日時 : 2005/07/05 20:13

【シュレディンガー方程式の古典極限】

h → 0 の極限で、シュレディンガー方程式が、

$$\Psi(x',t) = c(t)\delta(x' - x(t))$$

のタイプの φ に限りなく近い関数を解に持つようになる、
という事の証明を試みました。

1 つの時刻についてだけなら、
シュレディンガー方程式を満たす波動関数は全く任意であるので、
h → 0 の極限においては、
t が変化しても波動関数の絶対値の 2 乗は変化しなくなること、
を証明するだけで良いですね。

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t}|\psi(x;t)|^2 &= \overline{\psi(x;t)}\ \frac{\partial}{\partial t}\psi(x;t) \\
&\quad + \psi(x;t)\ \frac{\partial}{\partial t}\overline{\psi(x;t)} \\
&= \frac{1}{i\hbar}\ \overline{\psi(x;t)}\left[\frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(x)\right]\psi(x;t) \\
&\quad - \frac{1}{i\hbar}\ \psi(x;t)\left[\frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(x)\right]\overline{\psi(x;t)} \\
&= \frac{i\hbar}{2m}\Big[\overline{\psi(x;t)}\ \nabla^2\psi(x;t) \\
&\qquad - \psi(x;t)\nabla^2\ \overline{\psi(x;t)}\Big] \\
\therefore\ \lim_{h\to 0}\ \frac{\partial}{\partial t}|\psi(x;t)|^2 &= 0 \qquad \left(\hbar = \frac{h}{2\pi}\right)
\end{aligned}
$$

一見、これで証明終了かに見えますが、
t ≠ 0 における波動関数の空間微分の値が、
h → 0 とともに急激に増加する可能性がありますので、
厳密には、まだ証明は完了していません。
あ、それより、これでは波動関数が移動できませんね。
今日のところは証明失敗です。

いずれにせよ、
h → 0 の極限で、シュレディンガー方程式が、

$$\psi(x',t) = c(t)\,\delta(x' - x(t))$$

のタイプの φ に限りなく近い関数を解に持つようになる、
という条件を、
シュレディンガー方程式を発見するための発見法として使う事は、
この条件をシュレディンガー方程式から導き出す事の困難さ、
から分かるように、
無理のようです。

文法主義に則ってシュレディンガー方程式を発見したければ、
まず、エーレンフェストの定理を発見法として使用し、
それによってシュレディンガー方程式を試作した後に、
上記条件の証明で仕上げを行なう、
という手順を踏むのが無難だと思います。

でも、
上記条件からダイレクトにシュレディンガー方程式に至る発見法、
というものを考え出す事にも、
折を見て挑戦してみたいと思います。